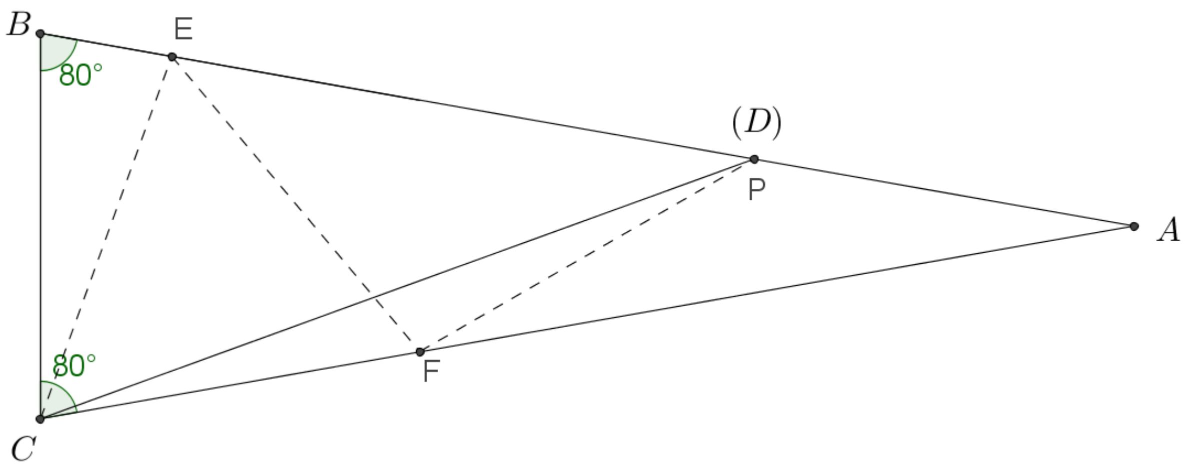
Lösningar till matematikproblem i LMNT-nytt 2016:1

Uppgift 1: Jostein Walle



Vinkel DCA kan finnes ved hjelp av likebeinte og likesidete trekanter.
På figuren ovenfor er det gitt at $AD = BC = CE = CF = FP$.
At punktet *P* faller sammen med punktet *D*, blir bevist nedenfor.

I ΔABC er $\angle A = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$.
Vi setter $AD = BC = s$. Punktene *E*, *F og P* ligger slik at $CE = CF = FP = s$.

I ΔCEB er $CE = CB = s$. Trekanten er likebeint og har $\angle CEB = \angle CBE = 80°$ og $\angle BCE = 20°$.

I ΔCFE er $CE = CF = s$ og $\angle ECF = \angle BCA - \angle BCE = 80° - 20° = 60°$.
Da må også de to andre vinklene i trekanten være lik $60°$.
Trekanten er altså likesidet, slik at også $FE = s$.

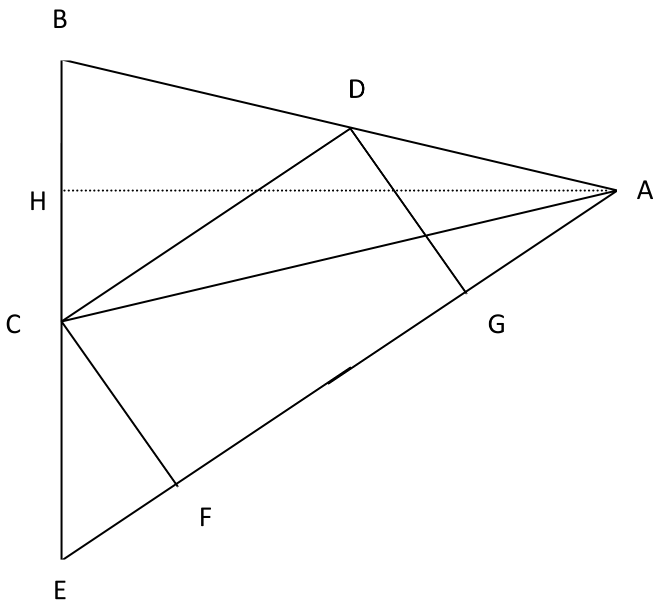
I ΔFPE er $\angle PEF = 180° - \angle FEB = 180° - (60° + 80°) = 40°$.
Fordi $FP = FE = s$ er trekanten likebeint, slik at $\angle FPE = \angle PEF = 40°$.
Dermed er $\angle EFP = 180° - 2 \cdot 40° = 100°$.

I ΔPFA er $\angle PFA = 180° - \angle PFC = 180° - (100° + 60°) = 20° = \angle A$.
Trekanten er likebeint med $AP = FP = s$.
Men når $AP = AD = s$ må *P og D være samme punkt*.

I ΔFPC er $FC = FP = s$ og $\angle CFP = 180° - \angle PFA = 180° - 20° = 160°$.
Trekanten er likebeint og har $\angle PCF = \angle FPC = (180° - 160°)/2 = 10°$.

Fordi $\angle PCF$ og $\angle DCA$ er samme vinkel, blir $\underline{\angle DCA = 10°}$.

Uppgift 1: Lars Thunberg



Se figur!

AD = BC = 1 l.e.   Drag AE//CD och DG och CF⊥AE. DCFG blir en rektangel.
AH är höjden mot sidan BC i den ursprungliga triangeln och delar alltså BC i två lika stora delar. BH = HC = ½. ^ BAH = 10^o. ^ CAE = x. Sätt BD = a och CF = DG = b.

ΔABH ger $1 + a = 1/(2\sin 10^o)$ (1)

ΔADG ger $b = \sin(20^o + x)$ (2)

ΔACF ger $b = (1 + a)\sin x$ (3)

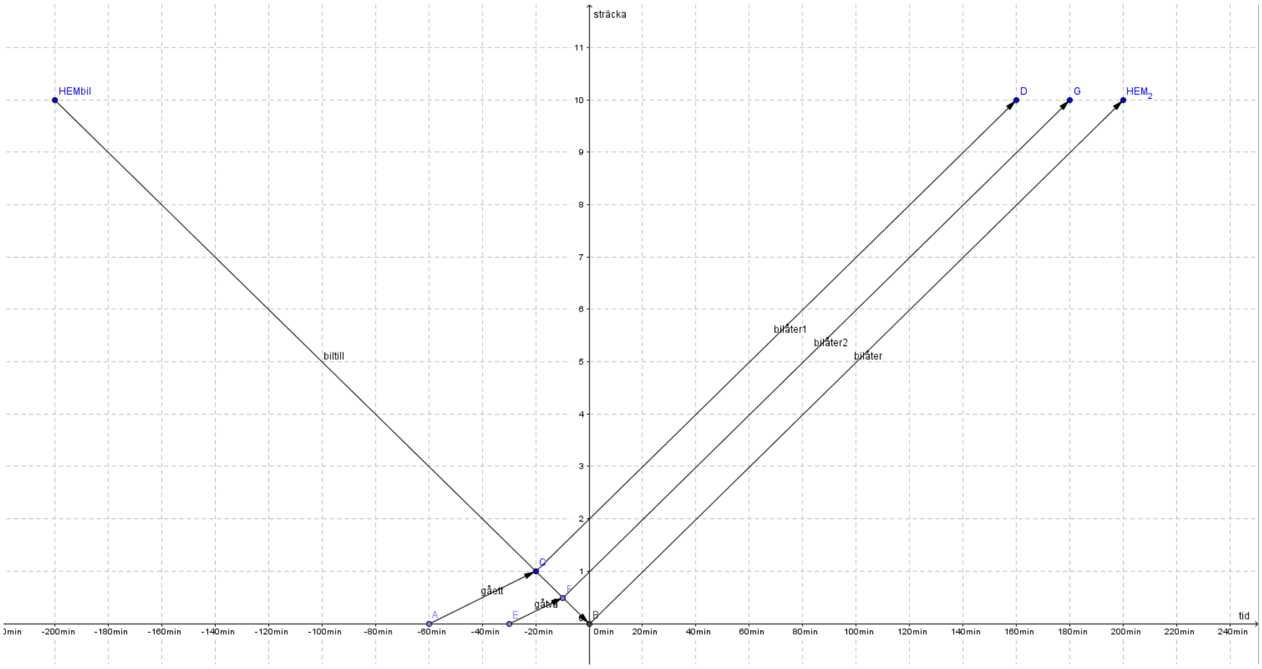
(2) och (3) ger $\sin(20^o + x) = (1 + a)\sin x$, som med (1) ger $\sin(20^o + x) = \sin x/(2\sin 10^o)$, dvs $\sin x = 2\sin(20^o + x)\sin 10^o$ varvid man lätt inser att $x = 10^o$

Uppgift 3: Gunnar Törnbom

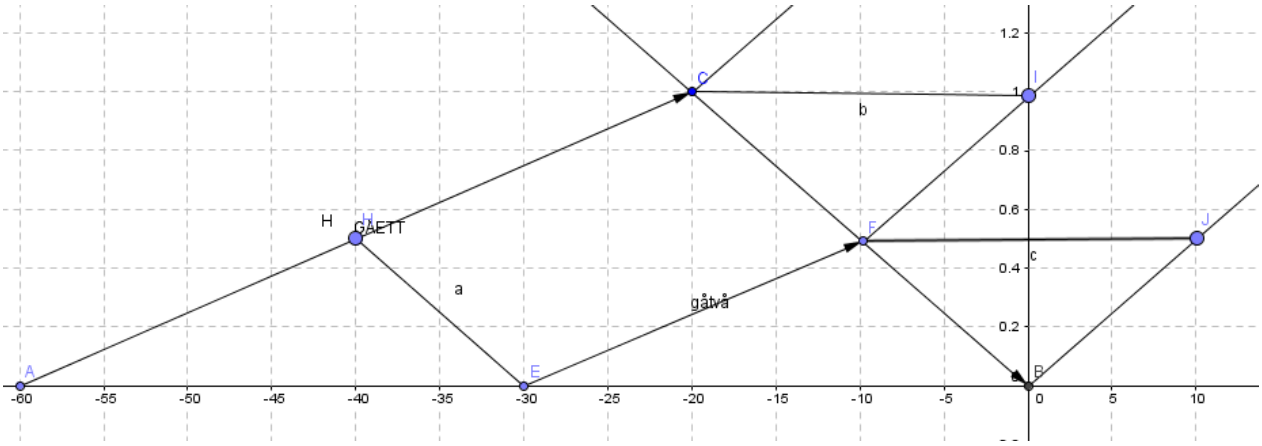
Har ritat allt i ett ***s – t*** diagram, där lutningen på linjerna anger hastigheten.

Bilen kör mot stationen med en ”negativ” hastighet → *k-värdet negativt*.
Bilen kör mot hemmet med en ”positiv” hastighet → *k-värdet positivt*. Samma fart dit som hem!
Fru Andersson går mot hemmet med en lägre ”positiv” hastighet → *k-värdet mindre positivt*.

OBS: I dessa figurer från GeoGebra, ska siffervärdena och lutningarnas värden helt bortses från!
Det avgörande är endast grafernas likformighet och linjernas parallellitet.



En förstorad bild vid tågstationen (innehållande vissa hjälplinjer) nedan.



Då sträckan ***a = EH*** är parallell med sträckan ***CF*** och baserna ***AE = EB = 30 min,*** så är trianglarna ***AEH*** och ***EBF*** kongruenta. Detta medför också att trianglarna ***CIF*** och ***FJB*** är kongruenta.

Så fru Andersson kommer hem exakt mitt emellan tidsavståndet ***D – HEM_2 = 20 minuter.***
G = 10 minuter före HEM_2.

Svar: ***Direktör Andersson kommer då hem 10 minuter tidigare.***

En liknande lösning har skickats in av Lars Thunberg.