LMNT-nytt 2016:1

Klassens matteproblem - tillägg

Klassens matteproblem slutade denna gången med ett tilläggsproblem: **Kan vår regel generaliseras till andra månghörningar?**

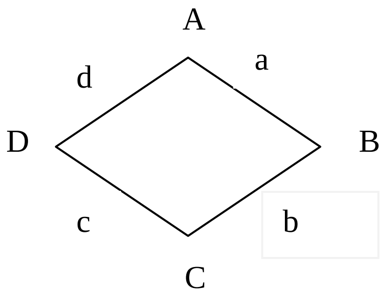
Vi kom fram till att regeln kunde formuleras på följande sätt: Vi hittar hörntalet genom att addera talen på de sidor som bildar hörnet, dra ifrån talet på den motstående sidan och dividera resultatet med 2! Vi inser att detta inte är en fruktbar formulering för generalisering – triangeln är den enda månghörning där ett hörn har en väldefinierad "motstående" sida.
Men låt oss titta på den sista raden i vår algebraiska lösning:

$A = (b + c – a)/2$

Den låter oss istället formulera regeln så här:
Om du vill bestämma talet i hörn A kan du gå runt triangeln och addera varannan sida och subtrahera varannan och dividera resultatet med 2. Börja med addition. Det kvittar om du går medurs eller moturs.

I denna form kan regeln tillämpas på godtyckliga månghörningar, men ger den korrekt resultat?

Låt oss pröva fyrhörningen till höger, där hörntalen är A, B, C och D och sidotalen a, b, c och d.



Vi får $A = a – B = a – (b – C) = a – b + C =$

$= a – b + (c – D) = a – b + c – D = a – b + c – (d - A) =$

$= a – b + c – d + A$

Alltså

$A = a – b + c – d + A$

$a – b + c – d = 0$

$a + c = b + d$

Vilket inte ger oss någon hjälp.

I själva verket har problemet inte någon entydig lösning för en fyrhörning.

Pröva själv genom att ge värden åt A, B, C och de i fyrhörningen ovan. Sätt t ex

$A = 3, B = 10, C = 7$ och $D = 5$.

Då blir $a = 13, b = 17, c = 12$ och $d = 8$ $a + c = b + d = 25$

Men samma sidtal får vi för hörntalen A = 5, B = 8, C = 9 och D = 3.

Eller A = 4, B = 9, C = 8 och D = 4, Sidtalen bestämmer alltså inte hörntalen.

Men för en femhörning får vi med en figur enligt ovan men med ännu en sida:

$A = a – B = a – (b – C) = a – b + C =$

$= a – b + (c – D) = a – b + c – D = a – b + c – (d - E) = a – b + c – d + E =$

$= a – b + c – d + (e – A) = a – b + c – d + e – A$

Alltså

$A = a – b + c – d + e – A$

$2A = a – b + c – d + e$

$A = (a – b + c – d + e)/2$

Här gäller regeln!

Vi inser att vi kan dra en generell slutsats: För månghörningar med ett jämnt antal sidor kan vi inte bestämma hörntalen utifrån sidtalen. Problemet har ingen entydig lösning. Men för månghörningar med ett udda antal sidor gäller den form av regeln som getts ovan.

Blev ni förvånade?

Inger Andersson