

Alternativ lösning till matematikproblem 3.

Detta problem visade sig alltså vara något av en slamkrypare. Frågan är hur man ska tolka ”kan man få följande delsummor beroende på vilket tal som utelämnas”. Betyder det att man kan få **enbart** dessa delsummor, eller kan man få en tionde delsumma som inte är med i uppräkningsen?

Om man endast kan få de angivna delsummorna måste två av talen vara lika, och då blir som en lösare uttrycker saken ”problemet bara rakt på”. Men om man kan få en tionde delsumma blir det jobbigare. I tidningen presenteras en lösning enligt den första tolkningen. Lars Thunberg och Kjell Hellström har bidragit med lösningar enligt den andra tolkningen. Dessa lösningar visas nedan.

3(1)

Talen är $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$, och a_{10} , där a_1 är med i alla additionerna och

$$a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8 < a_9 < a_{10}$$

$$\text{Då fås } 9a_1 + 8a_2 + 8a_3 + 8a_4 + 8a_5 + 8a_6 + 8a_7 + 8a_8 + 8a_9 + 8a_{10} =$$

$$= 82 + 83 + 84 + 85 + 87 + 89 + 90 + 91 + 92 \text{ vilket förenklat blir } 9a_1 + 8(a_2 + a_3 + \dots + a_{10}) =$$

$$= 783 \quad (1)$$

Man får också

$$a_3 = a_2 + 1 \quad (2)$$

$$a_4 = a_2 + 2 \quad (3)$$

$$a_5 = a_2 + 3 \quad (4)$$

$$a_6 = a_2 + 5 \quad (5)$$

$$a_7 = a_2 + 7 \quad (6)$$

$$a_8 = a_2 + 8 \quad (7)$$

$$a_9 = a_2 + 9 \quad (8)$$

$$a_{10} = a_2 + 10 \quad (9)$$

$$\text{Vilket insatt i (1) ger } 9a_1 + 8(9a_2 + 45) = 783$$

$$\Rightarrow a_1 = 47 - 8a_2 \quad (10)$$

Det finns således oändligt många lösningar. Man får en lösning genom att välja ett godtyckligt heltalsvärde på $a_2 \Rightarrow$ man får tillhörande värden på a_3, a_4, \dots, a_{10} enligt (2), (3), ... (9) och tillhörande värde på a_1 enligt (10).

Exempel

$$a_2 = 5 \Rightarrow$$

$$a_3 = 6 \text{ enl. (2)}$$

$$a_4 = 7 \text{ enl. (3)}$$

.

.

.

$$a_{10} = 15 \text{ enl. (9)}$$

och $a_1 = 7$ enl. (10) dvs 7, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15

3(2)

Antag att talen är $x_1 \dots x_{10}$, alla heltal

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 82$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_{10} = 83$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_9 + x_{10} = 84$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{10} = 85$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 87$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 89$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 90$$

$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 91$$

$$+ \underline{x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 92}$$

$$9x_1 + 8(x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}) = 783$$

$$x_1 + 8(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}) = 783$$

$$x_1 + 8(82 + x_{10}) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_{10} = 127 \quad \rightarrow \quad x_{10} = (127 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(83 + x_9) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_9 = 119 \quad \rightarrow \quad x_9 = (119 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(84 + x_8) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_8 = 111 \quad \rightarrow \quad x_8 = (111 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(85 + x_7) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_7 = 103 \quad \rightarrow \quad x_7 = (103 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(87 + x_6) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_6 = 87 \quad \rightarrow \quad x_6 = (87 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(89 + x_5) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_5 = 71 \quad \rightarrow \quad x_5 = (71 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(90 + x_4) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_4 = 63 \quad \rightarrow \quad x_4 = (63 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(91 + x_3) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_3 = 55 \quad \rightarrow \quad x_3 = (55 - x_1)/8$$

$$x_1 + 8(92 + x_2) = 783 \quad \rightarrow \quad x_1 + 8x_2 = 47 \quad \rightarrow \quad x_2 = (47 - x_1)/8$$

Nu har vi alltså 9 st diofantiska ekvationer som kan ge följande alternativa svar:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	Summa
7	5	6	7	8	10	12	13	14	15	97
15	4	5	6	7	9	11	12	13	14	96
23	3	4	5	6	8	10	11	12	13	95
31	2	3	4	5	7	9	10	11	12	94
39	1	2	3	4	6	8	9	10	11	93
osv										

Detta kan sammanfattas som: (där n är heltal)

SVAR:

$7 + 8n$	$5 - n$	$6 - n$	$7 - n$	$8 - n$	$10 - n$	$12 - n$	$13 - n$	$14 - n$	$15 - n$
----------	---------	---------	---------	---------	----------	----------	----------	----------	----------

